

1. Berechne  $w_1 = z_1 + z_2$  und  $w_2 = z_1 - z_2$ .

a)

$$z_1 = 4 + 3i \quad z_2 = 5 - 4i$$

b)

$$z_1 = 1 + 3i \quad z_2 = -3 - 2i$$

c)

$$z_1 = 3 + 2i \quad z_2 = -3 + 3i$$

d)

$$z_1 = 3i^2 + 2i \quad z_2 = -3i^2 + 3i$$

e)

$$z_1 = 3i^2 + 2i^3 \quad z_2 = -3i^2 + 3i^3$$

f)

$$z_1 = 3i^{17} + 2i^{16} \quad z_2 = -3i^{15} + 3i^{13}$$

2. Berechne das Produkt  $w = z_1 \cdot z_2$ .

a)

$$z_1 = 1 + 2i \quad z_2 = 3 + 5i$$

b)

$$z_1 = -2 + 3i \quad z_2 = -1 + i$$

c)

$$z_1 = -7 - 2i \quad z_2 = -7 + 2i$$

d)

$$z_1 = 3 + 2i \quad z_2 = -3 + 2i$$

3. Berechne den Quotienten  $w = \frac{z_1}{z_2}$ .

a)

$$z_1 = 1 + 2i \quad z_2 = 2 - 5i$$

b)

$$z_1 = 3 + 4i \quad z_2 = -5 + 7i$$

c)

$$z_1 = 8 \quad z_2 = 4 - 8i$$

d)

$$z_1 = 10i \quad z_2 = 5 + 15i$$

4. Berechne.

a)

$$i^7 + i^9 + i^{12} + i^4$$

b)

$$i^2 + i^5 + i^3 + i^{10}$$

c)

$$i(-i) + (-i)^2 + i^4 - i^3 - (-i)^4$$

d)

$$(-i)^5 - i^3 + (-i)^2 + i^4 - (-i)i$$

e)

$$2i \cdot 7i + 4i \cdot 2i - 2 \cdot i^3 - 3 \cdot i^2 \cdot 2i$$

f)

$$(2i - i^3)^2 + (i + 3i^2)^2$$

g)

$$(1 - 3i^2)^2 - (4 - i^3)^2$$

5. Berechne.

a)

$$\frac{1}{i^3}$$

b)

$$\frac{1}{i^5}$$

c)

$$\frac{i^3}{i^5}$$

d)

$$\frac{i^2}{i^4}$$

e)

$$i^{-2} - i^{-3}$$

f)

$$i^{-4} - i^{-3}$$

g)

$$i^{-3} + i^3$$

h)

$$i^{-4} + i^4$$

6. Berechne.

a)

$$\frac{3 - 2i}{3 + 2i}$$

b)

$$\frac{5 - 2i}{(2 - i)^2}$$

c)

$$i \cdot (3 - 4i)^{-2}$$

7. Beweise:

Ist das Produkt zweier komplexer Zahlen gleich null, so ist mindestens eine der beiden Zahlen gleich null.

8. Löse in  $\mathbb{C}$ .

a)

$$25x^2 = -529$$

b)

$$-36c^2 = 289$$

c)

$$(3 + 2x)^2 = (2 + x)(9x - 6) + 146$$

d)

$$\frac{x - 3}{x + 3} = \frac{x + 3}{3 - x}$$

9. Löse in  $\mathbb{C}$ .

a)

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

b)

$$x^2 - 6x + 10 = 0$$

c)

$$4x^2 - 12x + 34 = 0$$

10. Beweise:

Besitzt die (normierte) quadratische Gleichung ausschließlich reelle Koeffizienten und eine echt-komplexe Lösung  $x_1$ , so ist auch die konjugiert-komplexe Zahl  $x_2 = \overline{x_1}$  eine Lösung der Gleichung.